

# 杆系钻机底座结构优化设计

彭高华 张爱林 王惠德

(大庆石油学院)

## 提 要

本文在给定结构拓扑和结构几何形状的条件下用序列二次规划的优化方法,研究了杆系钻机底座的结构优化设计。文中给出了底座结构优化设计的数学模型,其目标函数为底座结构的质量,所考虑的约束有尺寸上、下限约束、应力约束、刚度约束、位移约束以及局部稳定约束。文中对设计空间进行了转换,利用曲线拟合得出了单元截面各种参数的关系,使底座结构优化设计的数学模型大大简化。为了提高计算效率,本文采用序列二次规划法避免了灵敏度分析中的复杂计算。还利用Kuhn-Tucker条件,给出了优化算法的增量形式。文中推导了相应的计算公式,给出了计算步骤,并编制了相应的计算机程序。为了验证文中的理论及程序,计算了一个工程实例,该底座有176个节点,265个单元,受三种何载工况作用。优化设计迭代八次收敛,结构质量减少12.6%。这些表明文中所用的理论和方法对杆系钻机底座进行结构优化设计是可行的。

## 一、前 言

石油钻机底座是钻机的重要组成部分,其结构型式一般可分为箱式底座,箱叠式底座,升高底座,撬装底座和车装底座等五种基本类型。我们曾经讨论过底座的强度计算和位移分析<sup>[1,2]</sup>,并研究了钻机井架的结构优化设计<sup>[3,4]</sup>。箱叠式钻机底座属于空间杆系结构,其造价通常比钻机井架造价要高得多,因此对底座进行结构优化设计是有很大的经济意义的。本文以箱叠式钻机底座为例探讨杆系钻机底座的结构优化设计问题。

## 二、底座结构优化设计的数学模型

### 1. 数学模型

$$\text{求 } \vec{A} = (A_1, A_2, \dots, A_{BM})^T \quad (1)$$

$$\text{使目标函数 } K(\vec{A}) \rightarrow \min \quad (2)$$

$$\text{满足约束 } \bar{\tau}_k \leq [\bar{\tau}]_k \quad (3)$$

$$\sigma_k^t \leq [\sigma]_k^t \quad (4)$$

$$\sigma_k^c \leq \min\{[\sigma]_k^c, \sigma_{e,k}, \sigma_{c,k}, \sigma_{d,k}\} \quad (5)$$

$$u_{jq} \leq \bar{u}_j \quad (5)$$

$$\underline{A}_i \leq A_i \leq \bar{A}_i \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{D}_i \leq D_i \leq \bar{D}_i, & \quad \underline{T}_i \leq T_i \leq \bar{T}_i, \\ \underline{t}_i \leq t_i \leq \bar{t}_i, & \quad \underline{b}_i \leq b_i \leq \bar{b}_i, \\ \underline{h}_i \leq h_i \leq \bar{h}_i, & \quad \underline{d}_i \leq d_i \leq \bar{d}_i, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

( $i=1, 2, \dots, BM; j=1, 2, \dots, J; k=1, 2, \dots, M; q=1, 2, \dots, QJ$ )

其中  $BM$  为设计变量总数,  $J$  为位移约束总数,  $M$  为单元总数,  $QJ$  为工况总数。

上述各式中符号的意义

(1) 目标函数  $K(\vec{A})$  表示底座结构的可变质量。

$$K(\vec{A}) = \sum_{i=1}^{BM} \sum_{r=1}^{IM} (\rho_{r,i} L_{r,i} A_i), \quad (8)$$

式中  $IM$ ——属于某一设计变量 (这里为  $A_i$ ) 的单元数;

$r$ ——属于某一设计变量的单元号;  $\rho_{r,i}, L_{r,i}$ ——单元的密度和长度。

(2) 性态约束 (3) ~ (5) 式

式中  $\tau_k, [\tau]_k$ ——每个单元的剪应力及其许用值;

$\sigma_k^t, \sigma_k^c$  和  $[\sigma]_k^t, [\sigma]_k^c$ ——每个单元的拉、压应力及其许用值;

$\sigma_{c,k}$  和  $\sigma_{d,k}$ ——分别为圆管局部失稳临界应力和工字钢的局部失稳临界应力, 具体计算见文献 [2];  $\sigma_{c,k}$ ——方管局部失稳临界应力,

$$\sigma_{c,k} = K_\rho \mu_T^{1/2} E (t_k/b_k)^2$$

其中  $K_\rho = 3.62$ ;  $\mu_T$  为材料的切线模量;  $E$  为弹性模量;  $t_k$  和  $b_k$  分别为方管的壁厚及宽度。

$u_{j,q}, \bar{u}_j$ —— $q$  工况下,  $j$  节点的位移及其许用值。

(3) 几何约束 (6) ~ (7) 式

式中  $A_i, \bar{A}_i, \underline{A}_i$ ——单元的截面积及其上、下限;

$\underline{D}_i, \bar{D}_i, \underline{D}_i$ ——圆管的外径及其上、下限;

$\underline{T}_i, \bar{T}_i, \underline{T}_i$ ——圆管的壁厚及其上、下限或工字钢宽度及其上、下限;

$\underline{t}_i, \bar{t}_i, \underline{t}_i$ ——方管的壁厚或工字钢翼缘厚度及其上、下限;

$\underline{h}_i, \bar{h}_i, \underline{h}_i$ ——工字钢截面高度及其上、下限;

$\underline{d}_i, \bar{d}_i, \underline{d}_i$ ——工字钢腹板厚度及其上、下限。

2. 应力约束处理及变量归并 在文献 [3] 中, 我们将  $D, T, t, b, h$  和  $d$  等参数均表示成截面积  $A$  的四次多项式, 通过曲线拟合得到了各种参数。本文对方管也如此处理。

应力约束可改写为

$$\left. \begin{aligned} \max \left( \frac{|M_y|}{W_y} + \frac{|M_z|}{W_z} + \frac{|N|}{A} \right) &\leq \bar{\sigma} \\ \max \left( \frac{|M_d|}{W_d} + \frac{|Q_y|}{A_y}, \frac{|M_d|}{W_d} + \frac{|Q_z|}{A_z} \right) &\leq \bar{\tau} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中  $\bar{\sigma}$  —— 与 (4) 式中相同的许用正应力;  
 $\bar{\tau}$  —— 与 (3) 式中相同的许用剪应力;  
 $M_y, M_z$  和  $N$  —— 相应于某种工况的两个弯矩和轴力;  
 $M_d$  和  $Q_y, Q_z$  —— 相应于某种工况的扭矩和剪力;  
 $W_y, W_z$  和  $W_d$  —— 截面的抗弯模量和抗扭模量;  
 $A_y, A_z$  —— 截面抗剪面积。

由于轴惯性矩  $\tau_y, \tau_z$  等截面几何性质可表示为截面积  $A$  的幂函数, 例如对于方管

$$A = b^2 - (b - 2t)^2 = 4t(b - t)$$

$$\begin{aligned} \tau_y = \tau_z &= \frac{1}{12} [b^4 - (b - 2t)^4] \\ &= \frac{1}{6} (b^2 - 2bt + 2t^2) A \end{aligned}$$

对于其它型钢截面, 幂函数型式可由曲绕回归得到, 所以, 解(9)式可以得到两个  $A_i$ , 从中选较大者即得单元的相应于应力约束的尺寸下限  $A_i$ 。

这样, (6), (7)式变为

$$A_i^* \leq A_i \leq A_i^{**} \tag{10}$$

式中

$$A_i^* = \begin{cases} \max \{ \underline{A}_i, \underline{\tilde{A}}_i, A(\underline{D}_i), A(\underline{T}_i) \} & \text{(圆管)} \\ \max \{ \underline{A}_i, \underline{\tilde{A}}_i, A(\underline{t}_i), A(\underline{b}_i) \} & \text{(方管)} \\ \max \{ \underline{A}_i, \underline{\tilde{A}}_i, A(\underline{t}_i), A(\underline{b}_i), A(\underline{h}_i), A(\underline{d}_i) \} & \text{(工字钢)} \end{cases} \tag{11}$$

$$A_i^{**} = \begin{cases} \min \{ \bar{A}_i, A(\bar{D}_i), A(\bar{T}_i) \} & \text{(圆管)} \\ \min \{ \bar{A}_i, A(\bar{t}_i), A(\bar{b}_i) \} & \text{(方管)} \\ \min \{ \bar{A}_i, A(\bar{t}_i), A(\bar{b}_i), A(\bar{h}_i), A(\bar{d}_i) \} & \text{(工字钢)} \end{cases} \tag{12}$$

式中  $A(\underline{D}_i)$  —— 相应于尺寸下限  $\underline{D}_i$  的截面积下限;

$A(\bar{D}_i)$  —— 相应于尺寸上限  $\bar{D}_i$  的截面积上限, 余类推。

### 三、序列二次规划的优化算法

本文采用文献[5]中的序列二次规划法。这时, 目标函数

$$K = \sum_K L_K F_K^{\xi_K} \tag{13}$$

其中,  $F_K$ 为设计变量, 即主弯曲惯性矩 $J_y$ ;  $L_K$ 为当 $F_K=1$ 时,  $K$ 号变量控制的单元重量;  $\xi_k = (1/\beta_y)_K$ 详见文献[3]。

约束条件可写成统一形式(只剩位移及尺寸约束):

$$\sum_K \frac{\tau_{r,k}}{F_K} \leq D_r^* \tag{14}$$

其中,  $D_r^*$ 为相应的约束界限;  $\frac{\tau_{r,k}}{F_K}$ 为单元的Mohr积分(即单元对位移 $u_r$ 的贡献);

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{r,k}}{F_K} = \sum_{i \in k} & \left[ \int \frac{N^r}{EA} dx + \int \frac{M_y M_y^r}{EJ_y} dx + \int \frac{M_z M_z^r}{EJ_z} dx \right. \\ & \left. + \int \frac{M_d M_d^r}{GJ_d} dx + \int \frac{Q_y Q_y^r}{GA_y} dx + \int \frac{Q_z Q_z^r}{GA_z} dx \right]_i \end{aligned}$$

式中带上标 $r$ 的内力为相应于变位 $r$ 的单位虚荷载作用下的单元内力, 不带上标 $r$ 的内力为实荷载作用下的内力,  $i \in k$ 表示 $i$ 单元受 $k$ 号设计变量控制。

令 $\alpha_K = \frac{1}{F_K}$ , 将问题转入倒变量( $\alpha_K$ )空间, 优化的数学模型为

$$\begin{aligned} & \text{求 } \alpha_K \\ & \text{使 } K = \sum_K L_K \alpha_K^{-\xi_k} \rightarrow \min, \\ & \text{满足 } G_r = \sum_K \tau_{r,k} \alpha_K - D_r^* \leq 0 \end{aligned} \tag{15}$$

当通过逐次迭代求解时, 在某一迭代之初设计 $\alpha_K^0$ 将目标函数作二阶展开, 将约束函数作一阶展开, 问题(15)就化为一个二次规划问题:

$$\begin{aligned} & \text{求 } \delta_{\alpha_K} \\ & \text{使 } K(\delta_\alpha) = K^0 + \sum_K \left[ -\xi_K L_K (\alpha_K^0)^{-\xi_K-1} \right. \\ & \quad \left. + \frac{\xi_K(\xi_K+1)}{2} L_K (\alpha_K^0)^{-\xi_K-2} (\alpha_K^0)^2 \right] \rightarrow \min \\ & \text{满足 } G_r(\delta_\alpha) = G_r^0 + \sum \tau_{r,k}^0 \delta_{\alpha_K} \leq 0 \end{aligned} \tag{16}$$

其中,  $\delta_{\alpha_K}$ 为设计变量增量。

建立Lagrange函数如下:

$$\phi(\delta_\alpha, \mu) = K(\delta_\alpha) + \sum_r \mu_r G_r(\delta_\alpha) \tag{17}$$

其中,  $\mu_r$ 为拉氏乘子。

因为(16)式为凸规划, Kuhn-Tucker条件是最小的充分与必要条件, 即有

$$\frac{\partial \phi}{\partial (\delta_{\alpha_K})} = 0 \quad \delta_{\alpha_K} = \frac{\alpha_K^0}{\xi_K+1} \left[ 1 - \frac{(\alpha_K^0)^{\xi_K+1}}{\xi_K L_K} \sum_r \mu_r \tau_{r,k}^0 \right] \tag{18}$$

$$G_r^0 + \sum_K \tau_{r,k}^0 \delta_{\alpha_K} \leq 0 \tag{19}$$

$$\mu_r (G_r^0 + \sum_K \tau_{r,k}^0 \delta_{\alpha_K}) = 0 \tag{20}$$

$$\mu_r \geq 0 \tag{21}$$

可以得出如下等价条件:

求  $\mu_\omega$

$$\text{满足 } -\sum_{\omega} T_{r,\omega} \mu_\omega + b_r \begin{cases} = 0, \text{ 当 } \mu_r > 0 \\ \leq 0, \text{ 当 } \mu_r = 0 \end{cases} \tag{22}$$

( $r, \omega = 1, 2, \dots, BM$ )

式中  $\omega$ ——属于某一设计变量的单元号。

$$T_{r,\omega} = \sum_K \tau_{r,K}^0 \tau_{\omega K}^0 \frac{(\alpha_K^0)^{\xi_K+2}}{\xi_K(\xi_K+1)L_K} \tag{23}$$

$$b_r = \sum_K \frac{\alpha_K^0}{\xi_K+1} \tau_{r,K}^0 + G_r \tag{24}$$

可以证明  $T_{r,\omega}$  为半正定, 这时 (22) 式可等价于下式:

$$\left. \begin{aligned} &\text{求 } \mu_\omega \\ &\text{使 } \frac{1}{2} \sum_r \sum_\omega T_{r,\omega} \mu_r \mu_\omega - \sum_r b_r \mu_r \rightarrow \min \\ &\text{满足 } \mu_\omega \geq 0 \end{aligned} \right\} \tag{25}$$

( $r, \omega = 1, 2, \dots, BM$ )

解这个简单的二次规划后, 利用 (18) 式可得  $\delta\alpha_K$ , 即得新设计  $\alpha_K^{(1)} = \alpha_K^0 + \delta\alpha_K$ 。

### 四、计算步骤

1. 设  $n=0$ , 选择初始设计方案, 给定收敛精度和迭代精度。
2. 用有限单元法对结构进行分析, 求出位移、内力。
3. 利用 (9) 式将应力约束化为拟尺寸约束  $A_i$ , 求出  $A_i^*$  和  $A_i^{**}$ 。
4. 求解二次规划 (25) 式。
5.  $\alpha_K^{(0)} = 1/F_K^{(0)}$ , 利用 (18) 式求出  $\delta\alpha_K$ ,  $\alpha_K^{(1)} = \alpha_K^{(0)} + \delta\alpha_K$ ,  $F_K^{(1)} = 1/\alpha_K^{(1)}$
6. 检查收敛条件, 满足此条件则停止计算, 否则将  $F_K^{(1)}$  作为  $F_K^{(0)}$  回到第 2 步, 继续下一循环迭代。

### 五、工程实例

本文以 3200 米钻机前开口井架底座作为工程计算实例。

#### 1. 计算模型

该底座的结构和荷载都基本对称于  $xoz$  平面, 故取其一半进行优化设计计算, 其计算模型如图 1 所示。结构共有 176 个节点, 222 个梁单元, 43 个杆单元。自由度总数为 544 个。底座前台长 9.5 米, 宽 9 米, 高 4.5 米。底座后台长 9 米, 宽 9.5 米, 高 1.5 米。材料为 16Mn 钢。

在底座结构分析中, 一个主要问题是要考虑基础支承的影响。我们采用工程上广泛应用的文克尔模型。若基础为钢筋混凝土条枕, 它对上部结构的约束, 可以处理成垂直与水平土

弹簧(图1)。

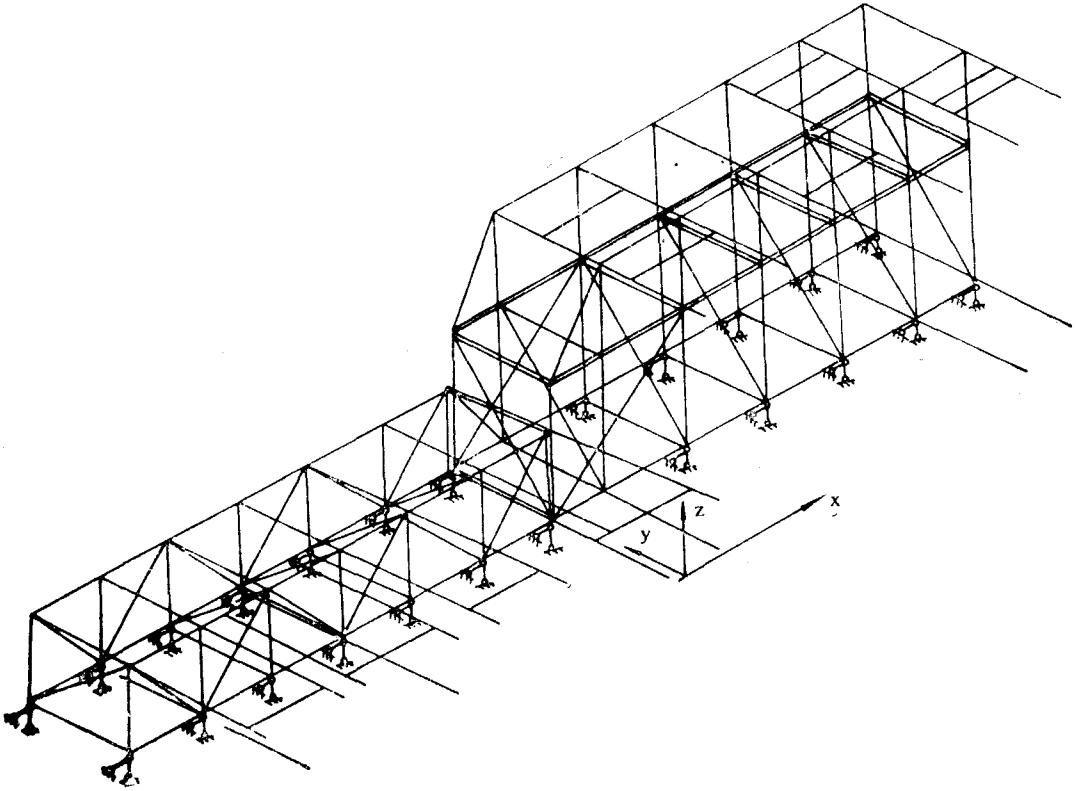


图1 起升工况计算模型

Fig. 1 Model used in the calculation in case of pulling the drilling string out of hole

计算中,垂直土弹簧有时会出现受拉伸的情况。这与实际情况不符,需将该受拉伸的弹簧去掉(使其刚度系数为零),再重新上机计算。如此反复,直到无受拉的土弹簧为止。

2. 计算荷载 原设计的基本参数为:

|                     |           |
|---------------------|-----------|
| (1) 转盘主梁(一对梁)允许最大荷载 | 2451.75kN |
| (2) 立根大梁(一对梁)允许最大荷载 | 1471.05kN |
| (3) 绞车自重荷载          | 259.89kN  |
| (4) 转盘自重荷载          | 46.58kN   |
| (5) 提升系统自重荷载        | 97.09kN   |
| (6) 井架自重荷载          | 251.06kN  |

根据底座结构及受载特点,按如下工况进行计算:

工况I: 起升井架, 0°位置; 3°位置; 15°位置。

工况II: 正常钻井。

工况III: 完井前(下套管)工况。

## 3. 约束条件

许用应力为 $[\sigma]=225.56\text{MPa}$ ,  $[\tau]=147.11\text{MPa}$ 。

尺寸约束和刚度约束:

$$\begin{aligned} A_i &\geq 10\text{cm}^2, & 120\text{mm} &\leq D_i \leq 200\text{mm} \\ 7\text{mm} &\leq T_i \leq 10\text{mm}, & 100\text{mm} &\leq b_i \leq 400\text{mm} \text{ (对工字钢)} \\ 5.3\text{mm} &\leq t_i \leq 40\text{mm}, & 50\text{mm} &\leq b_i \leq 1500\text{mm} \text{ (对方管)} \\ 150\text{mm} &\leq h_i \leq 950\text{mm}, & 4.5\text{mm} &\leq d_i \leq 22\text{mm} \end{aligned}$$

应力约束, 见(3), (4)式。

位移约束:  $u \leq 6\text{mm}$  ( $x$ 方向),  $w \leq 10\text{mm}$  ( $z$ 方向)。

优化计算在IBM-PC/XT计算机上进行, 迭代8次后收敛。起升工况( $0^\circ$ )的计算结果见表1和表2。该箱叠式底座经过优化, 质量减轻4243kg, 即大约减轻12.6%。优化中, 应力约束和位移约束起主要作用。优化后, 位移约束达到临界, 应力还有储备。

## 六、结 论

1. 底座在起升时的位移比正常钻井工况时的位移稍大。
2. 起升工况时, 大多数杆比其它两种工况的应力大很多, 说明底座的起升工况在优化

表1 起升工况( $0^\circ$ )截面积计算结果对比Table 1 Comparison of the Calculated Results by Different Methods in Case of Pulling the Drilling String Out of the Hole ( $0^\circ$ )

|                    | 原 设 计                    | 优 化 设 计 |
|--------------------|--------------------------|---------|
| 截                  | 202.21 (I 690×254×14×22) | 183.71  |
|                    | 407.71 (I 930×310×22×36) | 351.02  |
| 面                  | 86.10 (I 400×142×10.5)   | 131.28  |
|                    | 154.90 (I 630×176×13)    | 89.01   |
| 积                  | 61.20 (I 300×1211×9)     | 46.34   |
|                    | 55.45 (I 280×122×11.5)   | 49.18   |
| (cm <sup>2</sup> ) | 102.00 (I 450×150×15)    | 82.65   |
|                    | 13.36 (□ 100×100×8)      | 13.51   |
|                    | 20.60 (φ 168×8)          | 21.23   |
|                    | 42.00 (I 220×110×7.5)    | 31.86   |

表2 起升工况( $0^\circ$ )目标值及其性能函数计算结果对比表Table 2 Comparison of the Calculated Results by Different Methods in Cast of Pulling the Drilling String Out of the Hole ( $0^\circ$ )

| 目标值及其性能函数 | 原 设 计     | 优 化 设 计   |
|-----------|-----------|-----------|
| 结构可变质量    | 33540kg   | 29207 kg  |
| 结构最大位移    | 11.06mm   | 9.98 mm   |
| 单元最大正应力   | 532.27MPa | 224.53MPa |

设计中比其它两种工况起更重要的作用。

3. 对于原设计, 前台底座与后台底座接合处的钻台前台柱梁的应力超过了许用应力, 因此, 优化设计增大了该构件的横截面积。

4. 因为箱式底座也属空间刚架结构(杆系结构), 所以也可以用本文的方法对其进行优化设计。用序列二次规化设计底座是很有效的。

5. 本文是对杆系结构底座进行优化设计方面的探讨, 已初步看出其经济效益比较显著。对于含板、块单元的其它类型的底座结构优化设计, 我们将在另外的文章中讨论。

(本文收到日期1988年3月16日)

### 参 考 文 献

- [1] 彭高华、刘扬等, 箱叠式钻机底座的强度计算及位移分析, 石油矿场机械, 15(5), 1986
- [2] 彭高华、刘玉泉, 计算机在耳板式转盘梁结构计算中的应用, 石油钻采机械13(2), 1985
- [3] 王惠德、张爱林, 井架结构优化设计——空间刚架模型, 石油学报, 8(1), 1987
- [4] Wang Huide, Zhang Ailin, The Program of Optimum Structural Design of Drilling Mast and Derrick, Proc. of and International Conference on Education, Practice and Promotion of Computational Methods in Engineering Using Small Computers (EPMESC), Guangzhou, 1987
- [5] 隋允康、钟万颢、钱令希, 杆—模—梁组合结构优化的 DDDU—2 程序系统, 大连工学院学报, 22(1983), No.1

## OPTIMUM STRUCTURAL DESIGN OF DRILLING RIG FOUNDATION

Peng Gaohua    Zhang Ailin    Wang Huide

(Daqing Petroleum Institute)

### Abstract

The optimum structural design of a drilling rig foundation made up of bars was studied with sequential quadratic programming for specified structural topology and geometry. A mathematical model was given with its objective of minimizing the structural mass and constraints of local buckling in addition to the usual stress, member size and displacement constraints. The relationship between various parameters of element sections was obtained by curve fitting. Stress constraints were converted into quasi-size constraints to simplify the mathematical model. The sequential quadratic programming was utilized to avoid the complex calculation in sensitivity analysis. An algorithm in incremental form was given under Kuhn-Tucker condition. In order to test the theory and computer program developed, an actual drilling foundation with 176 nodes and 265 elements was calculated in contrast with its original design. The calculation converged after eight iterations and the structural mass was reduced by 12.6 percent.